

Approximating 3-dimensional convex bodies by polytopes with a restricted number of edges (3-dimenziós konvex testek approximációja adott élszámú politópokkal)

Vígh Viktor, V. évf., SzTE TTK

Témavezetők: **Dr. ifj. Böröczky Károly**, tudományos főmunkatárs
MTA Rényi Intézet
Dr. Fodor Ferenc, egyetemi docens
SzTE TTK, Geometria Tanszék

A dolgozat témája a politóp-approximáció problémaköréhez tartozik, melynek központi kérdése az, hogy egy $K \subset \mathbb{R}^d$ konvex testet, melynek ∂K határa elegendően sima, mennyire lehet megközelíteni egy olyan politóppal, amelynek k -lapjainak ($0 \leq k \leq d-1$) száma korlátozott. Ez a probléma megfogalmazható K -ba írt, K köré írt, vagy K -hoz írt politópokra is. A közelítés mértékét megadó metrikák között jellemzően a Hausdorff-távolság, a szimmetrikus differencia térfogata, átlagos szélesség, stb. fordul elő. A legtöbb eredmény a közelítés jóságára egy aszimptotikus formulát ad.

Fejes Tóth László, R. Vitale, R. Schneider, P.M. Gruber, S. Glasauer, M. Ludwig, ifj. Böröczky Károly és mások munkája nyomán a sima d -dimenziós konvex testek politópokkal való approximációja jól megértett abban az esetben, ha a politóp csúcsainak vagy hiperlapjainak száma korlátozott ($k = 0$ vagy $k = d-1$). Ezzel szemben nem sok eredmény született abban az esetben, ha a k -dimenziós lapok száma korlátozott, amennyiben $1 \leq k \leq d-2$.

A dolgozatban azzal a konkrét kérdéssel foglalkozunk, hogy egy C_+^2 határú konvex 3-dimenziós K testet milyen jól lehet közelíteni a Hausdorff-metrikában körülírt politópokkal, ha a politóp élszáma adott. Bebizonyítjuk az alábbi aszimptotikus formulát:

$$\delta_H(K, P_n^c) \sim \frac{1}{n} \cdot \int_{\partial K} \kappa^{1/2}(x) dx.$$

A felső korlátot egy konstrukció segítségével bizonyítjuk. Az alsó korlát esetében a problémát átvisszük a síkba, ahol bizonyos, a második momentumon alapuló kifejezések maximumát vizsgáljuk.