

A legkisebb négyzetes becslés tulajdonságainak vizsgálata egy qubit állapotára

Ruppert László, IV. évf., BME TTK

Témavezetők: **Dr. Petz Dénes** egyetemi tanár
BME Analízis Tanszék
Magyar Attila tudományos segédmunkatárs
MTA SZTAKI

Egy kvantummechanikai rendszerről mérésekkel nyerünk információt. A mérések eredménye sztochasztikus, másrészt egy mérés lényegesen megváltoztathatja a rendszer eredeti állapotát. Ezért sok azonos állapotban lévő rendszerre van szükség, ahhoz, hogy több mérést is elvégezhessünk. A mérési eredményekből statisztikus módszerekkel következtetünk a rendszer állapotára. Az egyik lehetőség a legkisebb négyzetes állapotbecslés, ami elég egyszerű, a hatékonyságát mutató szórása könnyen számolható. Ugyanakkor megvan az a hátránya, hogy nem mindig ad fizikailag lehetséges állapotot. Ha a kapott állapotbecslés értelmetlen, akkor módosításra szorul, helyette a legközelebbi fizikailag értelmes állapotot kell becslésként megadnunk.

A dolgozat célja az eredeti legkisebb négyzetes becslés szórásának összehasonlítása a módosított becslésével egy kvantum bit esetén, ilyenformán az irodalmi források szabotosságának vizsgálata.

A kvantum bit állapotai egy gömb pontjaival adhatók meg. Ha az eredeti becslés a gömbön kívülre megy, akkor a módosítás a gömbfelszínre való vetítést jelenti. A dolgozat fő eredménye az, hogy az eredeti és a módosított becslés kovariancia mátrixai közötti különbség nullához tart a mérések számának függvényében, sőt amennyiben a rendszer valódi állapota a gömb belsejében van (kevert állapot), akkor a konvergencia exponenciálisan gyors. Az eredmény a nagyeltérés tétel alkalmazásával adódik. Emellett megvizsgáltunk néhány speciális állapotot, és számítógépes szimulációkat is végeztünk az eltérés nagyságára vonatkozóan. Amennyiben a valódi állapot nyomszerű, azaz a gömb középpontja, akkor a binomiális eloszlás normálissal való közelítése is eredményre vezet. Mivel az okoskodás nagyban kihasználja a szimmetriát, más pontokra való átvitele nem látszik járhatónak.

Hivatkozások:

- [1] G. M. D'Ariano, M. G. A. Paris, M. F. Sacchi, *Quantum tomography*, Advances in Imaging and Electron Physics, **128**, 205-308 (2003)
- [2] F. Den Hollander, *Large Deviations*, Fields Institute Monograph, American Mathematical Society, Providence (2000)