

Korreláló részvények egymással történő fedezésének kockázata

Komjáthy Júlia, IV. évf., BME TTK

Témavezető: **Dr. Rásonyi Miklós**, tudományos főmunkatárs
MTA SZTAKI Sztochasztikus Rendszerek Kutatócsoport

Gyakran felmerülő probléma, hogy olyan részvényekre írnak ki opciókat, melyekkel valamilyen ok miatt nem lehet, vagy nem érdemes kereskedni. Ekkor kifizetődőbb valamely, az eszközzel erős korrelációban álló, ám kereskedhető részvennyel vagy eszközzel fedezni a kockázatot, például a törzsrészvény-csomagokra kiírt opciókat a hozzájuk kötődő határidős részvényindexekkel.

A megfigyelések azonban azt mutatják, hogy az ügynökök ezen esetekben gyakran többet veszítenek a vártnál az ügyleten, vagyis a kockázat még nagy korreláció esetén is meglepően jelentős. Ezt sugallja az is, hogy ha részvényárfolyamainkat két, korrelált (W és W^0) Brown mozgás vezérli, akkor rendszerünket független (W_t és W'_t) Brown mozgásokból konstruálva: $W_t = W_t$, $W^0_t = \rho W_t + \sqrt{1-\rho^2} W'_t$. Látható, hogy még 95%-os korreláció esetén is a szórás 22,3%-a nem fedezhető.

Dolgozatomban arra keresem a választ, hogy milyen stratégiával lehet optimálisan fedezni helyettesítéssel, hogyan lehet veszteségünk várható értékét minimalizálni. Dolgozatom első felében a fedezeti problémát végtelen időhorizonton vizsgálom: a nem kereskedhető eszköz áringadozásait a kereskedhető eszközzel próbáljuk kiegyenlíteni. Minimalizáljuk a diszkontált és kumulált négyzetes veszteséget. Belátom, hogy a probléma Bellmann-egyenletéhez kötődő operátor kontrakció, így a numerikus megoldás a kívánt célfüggvényhez tart geometriai sebességgel. Dolgozatom második felében a konvex konjugálás módszerével adok felső becslést az elérhető maximális hasznosságra egy lépéses modellben. Belátom, hogy az optimális martingálmérték nem ekvivalens az eredeti mértékkel. Ismertetem az ehhez kapcsolódó szimulációs eredményeket is: a direkt probléma maximalizálásával kapott érték és a felső becslés közti különbség kicsi, ami alátámasztja a módszer alkalmazhatóságát.

Hivatkozások

- [1] Davis, M. H. A., *Optimal hedging with basis risk*. In: Kabanov, Y., Litptser, L., Stoyanov, J.: *From Stochastic Calculus to Mathematical Finance*, 169-187, Springer (2006)
- [2] Hernandez-Lerma, O., *Adaptive Markov Control Processes*, Springer (1995)