

Permutálható félcsoporthok

Deák Attila Gábor, IV. évf., BME TTK

Témavezető: **Dr. Nagy Attila** egyetemi docens
BME Algebra Tanszék

Permutálhatónak nevezünk egy félcsoporthot, ha a kongruenciái egymással felcserélhetőek. Egy félcsoporthot mediálisnak nevezünk, ha minden négyesszorzatban a két középső elem egymással felcserélhető. Egy félcsoporthot permutatívnek nevezünk, ha teljesít egy nem-triviális permutációazonosságot.

H. Hamilton foglalkozott először permutálható félcsoporthokkal [3]-as cikkében. Ebben általános tételeket bizonyított be a permutálható félcsoporthokról és a kommutatív esetben ezek teljes leírását adta. Ezen eredményeinek általánosításával sokan foglalkoztak. C. Bonzini és A. Cherubini [1]-ben a mediális, arkhimédeszi, permutálható félcsoporthokat leírta és bebizonyította, hogy minden mediális, permutálható, nem-arkhimédeszi félcsoporth első-, második- vagy harmadik típusú. Az első típusúra Nagy A., míg a második és harmadik típusúra C. Bonzini adott konstrukciót. Nagy A. bebizonyította [4]-ben, hogy minden permutálható permutatív félcsoporth mediális, vagy ideálbővítése egy kommutatív nil félcsoporthnak egy derékszögű köteggel.

[2]-ben bebizonyítottam Nagy A. [4] eredményét felhasználva, hogy minden permutálható permutatív félcsoporth mediális. Ez azért is érdekes, mert ekkor egy általános permutációazonosságból következik egy speciális (a mediális) azonosság.

Dolgozatomban a fenti eredményeket felhasználva le fogom írni a permutálható permutatív félcsoporthokat. Bebizonyítom, hogy minden permutálható permutatív félcsoporth mediális. Ezután a mediális félcsoporthok karakterizációjával fogok foglalkozni, végül a mediális, permutálható, nem-arkhimédeszi félcsoporthok három fajtájának konstrukcióját fogom megadni.

Hivatkozások

- [1] C. Bonzini, A. Cherubini, *Medial permutable semigroups*, Proc. Coll. Math. Soc. János Bolyai, **39**. Semigroups Szeged, 21-39 (1981)
- [2] Deák A., *On a problem of A. Nagy concerning permutable semigroups satisfying a permutation identity*, Acta Sci. Math. (Szeged), **72**, 569-573 (2006)
- [3] H. Hamilton, *Permutability of congruences on commutative semigroups*, Semigroup Forum, **10**, 55-66 (1975)
- [4] Nagy A., *Permutable Semigroups satisfying a non-trivial permutation identity*, Acta Sci. Math. (Szeged) **71**, 37-43 (2005)