

Iterative processes concerning several simplex centers

Iteratív szimplex-középpontos eljárások

Ambrus Gergely, V. évf. matematikus, SzTE TTK
Auburn University, U.S.A., MS Student in Mathematics

Témavezetők: **Dr. Bezdek András** egyetemi tanár, tudományos főmunkatárs

Department of Mathematics, Auburn University, U.S.A.,
MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Dr. Fodor Ferenc egyetemi docens
SZTE TTK Geometria Tanszék

A dolgozatban különböző iteratív eljárásokkal generált ponthalmazok sűrűségi tulajdonságait vizsgáljuk. Jelöljön $\mathcal{P}$ egy olyan síkbeli ponthalmazt, amely nem részhalmaza egy egyenesnek, és bármely 3 nemkollineáris pontjával együtt tartalmazza az általuk alkotott háromszög valamely speciális középpontját: a magasságpontot (OC), a beírt kör középpontját (IC), vagy pedig a köréírt kör középpontját (CC). Nevezzük továbbá egy hiperbolát *derékszögűnek*, amennyiben aszimptotái merőlegesek.

A Bezdek Andrásal közös eredményeink mindhárom fenti kérdést érintik. A CC problémát széles körűen általánosítjuk, valamint tetszőleges dimenzióra kiterjesztjük, megmutatva, hogy ha egy ponthalmaz bármely szimplexével együtt annak köréírt gömbje középpontjához „közeli” pontot is tartalmaz, akkor sűrű az egész térben. Az OC problémával kapcsolatos, Iorio, Ismailescu, Radoičić és Silva által megfogalmazott sejtést helyesbítjük és bebizonyítjuk. Belátjuk, hogy az OC tulajdonságra nézve zárt síkbeli ponthalmazok vagy 4 pontból állnak, vagy sűrűek az egész síkon, vagy pedig egy derékszögű hiperbola részhalmazai, és az utóbbi esetben vagy sűrűek a hiperbolán, vagy pedig egy végtelen diszkrét részhalmazai annak, amely tulajdonságot mind geometriai, mind algebrai úton egyértelműen jellemzünk. Végül az IC problémának egy általánosított verzióját bizonyítjuk be a síkon, valamint az eredeti verziót a 3-dimenziós Euklideszi térben, miszerint ha egy térbeli ponthalmaz bármely tetraéderével együtt annak a beírt gömb középpontját is tartalmazza, akkor sűrű a konvex burkán belül.