Kompakt kettős rendszerek poszt-newtoni fejlődése

Doktori értekezés tézisei

Mikóczi Balázs

MTA KFKI RMKI Elméleti Főosztály

Témavezető:
Dr. Gergely Árpád László

RMKI Témavezető:
Dr. Forgács Péter

Fizika Doktori Iskola

Szegedi Tudományegyetem TTIK
Elméleti és Kísérleti Fizikai Tanszék
Szeged, 2010

Bevezetés

Az általános relativitáselmélet egyik gyorsan fejlődő alkalmazási területe a gravitációs hullámok alapján működő asztrofizika. A gravitációs hullámok mérésével lehetőség nyílik az univerzum kialakulásának megértésére.

A gravitációs hullámok létét már Einstein megjósolta 1916-ban, majd ezt követően 1918-ban meghatározta a gravitációs sugárzást leíró ún. *kvadrupól-formulá*-t [1]. A gravitációs hullámok tulajdonképpen a téridőben keletkező ,,apró kis zavarok", melyek fénysebességgel terjednek. Formálisan a $\mathcal{O}(1/c^5)$ rendnél jelentkeznek, amplitúdójuk dimenziótlan mennyiség, amely egy 300 millió fényévre lévő naptömegű forrásra kb. 10^{-21} nagyságrendű. Az általános relativitáselmélet nemlinearitása miatt, felmerül a kérdés, hogy léteznek-e egyáltalán ilyen hullámok. 1937-ben maga Einstein is kétségbe vonta a gravitációs hullámok létét. A kérdést végül az 1974-ben Hulse és Taylor által felfedezett B1913+16 kettős pulzár [2] csökkenő periódusideje döntötte el, mellyel közvetett módon beigazolódott a gravitációs hullámok létezése, amelyek energiát és impulzusmomentumot ,,szállítanak" a kettős rendszerekből [3, 4]. Hulse és Taylor 1993-ban a B1913+16 pulzár felfedezéséért Nobel-díjat kaptak.

A gravitációs hullámok közvetlen mérése nagy kihívást jelent a XXI. század fizikusainak. A detektálás alapja, hogy a detektor rendszeréhez rögzítenek egy saját vonatkoztatási rendszert, melyben a relatív elmozdulások mérhetők. Ez a rendszer, mivel nem inerciális érezni fogja a benne tanulmányozott részecskék newtoni gyorsulását. A gravitációs hullám nem más, mint a részecskéken keltett gyorsulás, melynek nagysága arányos a részecskék elmozdulásával. Vagyis a távolságkülönbség mérése alapján megkaphatók a gravitációs hullámok ún. polarizációs állapotai, amelyek a Riemann-tenzor független komponenseit adják meg. A linearizált vákuum egyenletekben 2 független polarizációs állapot van, a ,,+" és ,,$\times$" transzverzális állapotok. Nevüket onnan kapták, hogy a hullámfront síkjában a deformációs erővonalak + illetve, 45°-ban elforgatott $\times$,,alakúak".

A kicsiny relatív távolságkülönbségek ($10^{-21} - 10^{-22}$) mérésére a Michelson interferométer elven működő hullámdetektorok a legalkalmasabbak. A napjainkban működő legnagyobb karhosszúságú detektorok az Amerikai Egyesült Államokban lévő két LIGO ($4km$) [5] és az Olaszországban lévő VIRGO ($3km$) [6]. Ezek frekvencia tartománya kb. $(50 - 2000)\,Hz$, valamint érzékenységük 10^{-22}. Jelenleg épül a LIGO következő generációja az Advanced LIGO, melynek érzékenysége nagyságrendekkel jobb lesz az elődjénél.

2018 után tervezik a világűrbe telepíteni kívánt detektort, a LISA-t (*Laser*

Interferometric Space Antenna) [7] földkövető pályára állítani, amelynek űrszondái egy $5 \times 10^6 km$ oldalhosszúságú szabályos háromszög csúcsaiban helyezkednek el. A LISA frekvencia tartománya $(3 \times 10^{-5} - 0.1)\, Hz$ és érzékenysége 10^{-22} [8].

Jelenleg már a harmadik generációs detektor, az Einstein teleszkóp (ET) tervezésénél tartanak, amely egy földalatti $10km$ oldalhosszúságú a LISA-hoz hasonló szabályos háromszög alakú detektor lesz. Becslések szerint az érzékenysége elérheti a 10^{-24}-et és esély van arra is, hogy az Einstein egyenlet nemlinearitásából adódó gravitációs hullámokat is mérni tudja.

Előzmények

A gravitációs hullámok egyik legfontosabb forrásai a kompakt kettősök, melyek fekete lyukakból, neutroncsillagokból és fehér törpékből állhatnak. Ezek olyan asztrofizikai objektumok, melyek nagy ,,tömegsűrűséggel" rendelkeznek, vagyis fizikai méretük a Schwarzschild-sugár közelében van.

Az általános relativitáselméletben a testek mozgásegyenleteit először Einstein, Infeld és Hoffmann írta fel 1938-ban [9], amely a poszt-newtoni sorfejtés születésének a kezdetét jelentette. Ez a közelítés a gyenge gravitációs térre és a lassú mozgásokra érvényes. A sorfejtési paraméter definíciója az $\varepsilon = Gm/rc^2$ (ahol m a két test össztömege és $r = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$,,karakterisztikus távolsága"), mellyel a poszt-newtoni rendek (továbbiakban PN) ε hatványaival mérhetők. Példaként említhető az 1938-ban Robertson által elsőként kiszámolt perihélium elfordulás [10], amely 1 PN rendű effektus. Manapság a mozgásegyenletek 3 PN (ε^3) rendig ismertek, melyek megoldhatók az elliptikus kváziparametrizációval [11, 12].

A kettős rendszer pályafejlődését számos tényező befolyásolhatja, a testek forgása (továbbiakban spin), kvadrupólmomentuma és a neutroncsillagokra jellemző mágneses dipólmomentuma. A spin a mozgásegyenletekben a spin-pálya (SO) és a spin-spin (SS) kölcsönhatásban jelenik meg, mely a poszt-newtoni rendek szerint 1.5 PN és 2 PN rendű effektusok [13, 14]. A kvadrupólmomentum vezetőrendben úgy vehető figyelembe, hogy az egyik test mint monopól mozog a másik test kvadrupól terében. Ezt röviden kvadrupól-monopól (QM) kölcsönhatásnak nevezzük, amely 2 PN rendű [15]. A mágneses dipól-mágneses dipól (DD) kölcsönhatás főként nagy mágneses térerősséggel rendelkező pulzároknál (magnetárok) lép fel. Ezen járulék legfeljebb 2 PN rendű lehet, amennyiben a dipólok mágneses tere legalább $10^{16}G$ [16].

Célkitűzések

Fő célkitűzésem annak a megvizsgálása volt, hogy milyen módon befolyásolják a pályafejlődést a testek véges méretéből (SO, SS, QM, DD) származó járulékok, illetve a gravitációs hullámok jeleiben milyen változást okoznak a lineáris perturbációk a klasszikus kepleri mozgáshoz képest.

A kettős rendszer mozgásegyenletei szétcsatolhatók radiális és polárszögekre vonatkozó ,,szögmozgásra", ezért a vizsgálataimban a két esetet külön tárgyaltam.

Kutatásomat a testek forgása, kvadrupólmomentuma és a neutroncsillagokra jellemző mágneses dipólmomentuma által számolható effektusok figyelembevétele motiválta. Ezen lineáris perturbációkat érdekes megvizsgálni a radiális egyenletekben, hogy miként módosítják a mozgást a nulladrendű pályákhoz képest.

Ismert, hogy a testek forgása az általános relativitáselmélet szerint nehezen adható meg, ugyanis a forgó próbarészecskére vonatkozó Mathisson-Papapetrou mozgásegyenletek nem zártak [17, 18]. Azonban az egyenletek zárttá tehetők az ún. SSC (*spin supplementary condition*) mértékfeltételekkel, melyekből 3 gyakori az irodalomban (SSC I [19–21]; SSC II [22,23]; SSC III [24]). Célom volt, hogy ezen SSC mértékekben megvizsgáljam a kompakt kettős rendszerek spin-pálya kölcsönhatását.

A radiális egyenletek a konkrét fizikai esetekre való számolása helyett, kiterjeszthetők általános lineáris perturbációkat tartalmazó Kepler-mozgásra. Ezen leírást Gergely, Perjés és Vasúth dolgozta ki 2000-ben [25], olyan esetre, amikor a radiális egyenletben lévő lineáris perturbációk konstansok, melyek a PN és SO járulékok esetében teljesülnek. Érdekes kérdés, hogy a SS, QM és DD esetekben, melyekre a perturbációs koefficiensek nem állandók, hogyan általánosítható az előző leírás.

A spines rendszerek szögfejlődése meglehetősen bonyolult, ezért az volt a tervünk, hogy megvizsgáljam a vezetőrendű SO és PN járulékokra a szögek fejlődését.

Einstein kvadrupól-formulájának segítségével megadható a kompakt kettős rendszer gravitációs sugárzásából adódó energia és impulzusmomentum-veszteség. Fontos meghatározni, hogy a SO, SS, QM és DD véges méretből adódó járulékok hogyan befolyásolják a gravitációs sugárzás jellemzőit, nevezetesen a hullámok frekvenciáját és fázisát. Ismert, hogy a spinek figyelembevételével a rendszer szögmozgásához csatolódnak a spinprecessziós egyenletek [26]. Ezért, terveim közt szerepelt még, hogy megvizsgáljam, a vezetőrendű spinprecessziót a magasrendű (3 PN) gravitációs hullámok fázisában.

Új eredmények

1. Megvizsgáltam a kéttest-probléma lineáris perturbációit, nevezetesen az első poszt-newtoni rendű tisztán relativisztikus korrekciót, a SO, SS, QM és DD kölcsönhatásokat. Felírtam ezen járulékok Lagrange-formalizmusának segítségével a radiális egyenleteket, majd a lineáris perturbációszámítás segítségével megadtam a radiális mozgás időfejlődését, vagyis az égi mechanikában ismert Kepler-egyenlet általánosítását. A spin-pálya kölcsönhatás Lagrange-függvényét az SSC II mértékben elsőként írtam fel, amely lényegesen egyszerűbb alakú, mint a többi mértékekben (SSC I, SSC III). Az így előállt dinamikát összehasonlítottam az irodalomban használt hamiltoni formalizmusból származtatott SO eredményekkel, amelyek megegyeztek. Megadtam továbbá a Damour és Deruelle által használt parametrizáció [27] és az általánosított valódi anomália paraméterezés közti transzformációt [II].

2. Tanulmányoztam az általánosan perturbált radiális Kepler-mozgást, melyben a korábban tárgyalt konstans együtthatójú lineáris perturbációk helyett megengedtem a korrekciók valódi anomáliától való harmonikus függését. Az ilyen jellegű radiális perturbációkban legtöbbször szekuláris tagokat kapunk, melyek az általánosított valódi és excentrikus anomália használatával megadhatóak. A radiális egyenlet integrálásánál az $I(\omega,n) = \int \omega/r^{2+n}dt$ alakú integrálok jelennek meg. Az n egész számtól függően a valódi, illetve az excentrikus anomália paraméterezés használata bizonyult megfelelőnek. Ezen paraméterezés bevezetésével szinguláris tagokat kaptam, melyekre megmutattam, hogy eltüntethetőek, amennyiben az általam felírt perturbációs függvény koefficienseire megkövetelt feltételek teljesülnek. A komplex változók bevezetésével a reziduum-tétel használható, mellyel az $I(\omega,n)$ integrálok könnyen kiértékelhetők. Bebizonyítottam a radiális egyenletben szereplő perturbációk egy szélesebb osztályára (ahol ω tetszőleges harmonikus függvénye lehet a valódi anomáliának), hogy $n \geq 0$ esetén az $I(\omega,n)$ integrál értéke megegyezik az origóban felvett reziduumal, míg $n < 0$ esetben az $I(\omega,n)$ az origóban és egy w_1 második pólusban felvett reziduum összegével. A korábban vizsgált SO, SS, QM és DD kölcsönhatásokra felírtam az itt használt perturbációs koefficienseket, majd megmutattam, hogy ezen fizikailag releváns esetekre teljesül az általam kiterjesztett leírás [III].

3. Tanulmányoztam a vezetőrendű PN és SO járulékok szögmozgásra gyakorolt hatását. A pálya-impulzusmomentum nagysága állandó a dinamika során, ezt felhasználva kiszámoltam az Euler-szögekre vonatkozó fejlődési egyenleteket úgy, hogy a mozgásállandók meghatározására a Lagrange-formalizmust használtam, majd ezek segítségével felírtam a gömbi polárszögek időfejlődését a $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ teljes impulzusmomentum-vektorhoz rögzített inerciális rendszerben. Ezek után a polárszögekkel megadott szögmozgást felírtam az Euler-szögek segítségével és megadtam a szögegyenletek pálya periódusára átlagolt (szekuláris) változásait [VI].

4. A gravitációs hullámok alakját tanulmányoztam a véges méretből származó korrekciók figyelembevételével. Az egy pálya periódusra átlagolt energia- és impulzusmomentum-veszteségeket származtattam körpálya esetben. Ezek megegyeztek a pillanatnyi energia- és pálya-impulzusmomentum [14] irodalomban használt Kidder-féle kvázikörpályából kapott kifejezéseivel. Körpálya esetben felírtam a gravitációs hullámok frekvenciáját és fázisát. Az irodalomban elsőként írtam fel a fázisfüggvényben az ún. *önspin* kölcsönhatást, melyet korábban nem vettek figyelembe. Ismert kettős rendszerekre (Hulse-Taylor és J0737-3039 kettős pulzárokra) alkalmaztam a gravitációs hullámok keringésének számát ($\mathcal{N}$) a spirálozási korszak végéig. Megmutattam a Jenet-Ransom modell [28] alapján, hogy az *önspin* járuléka nagyobb, mint a spin-spin kölcsönhatásból számolt járulék, egy ,,kicsi" és egy ,,nagy" spinnagyságokkal rendelkező rendszerben [I].

5. Megvizsgáltam a gravitációs hullámok fázisának magasrendű (3 PN) korrekcióit, vagyis a spinprecessziós egyenletek által módosított kettős rendszer $\mathcal{N}$ keringéseinek számát a spirálozási korszak végéig. Elsőként vezettem le a spinprecessziós egyenletek alapján a κ_i, és γ spinvektorokat megadó relatív szögek fejlődési egyenleteit a QM kölcsönhatás esetén (SO és SS kölcsönhatásra [29]). Poszt-newtoni rendbecsléseim alapján a spinprecessziós egyenletek vezetőrendje a SO kölcsönhatásból kapható precesszió. Megmutattam, hogy a gravitációs hullám fázisában szereplő SS járulékban a SO-precesszióból kapható időfüggő korrekció a 3 PN rendnél jelentkezik, amely egyenlő tömegű kettősök esetében nem lép fel. Nem egyenlő tömegű kettősök esetében ezen járulék periodikus lesz a T_{3PNSS} periódusidőben, amely rendjét tekintve ε^{-1}-el nagyobb, mint a gravitációs hullám periódusa (T_{GW}). Az $m_2/m_1 = 10^{-1}$ tömegarányra összegeztem az $\mathcal{N}$ keringések számában lévő SS és QM járulékokat, majd megmutattam, hogy a QM nagyobb, mint a SS valamint a SS járulék csak kicsi modulációt okoz. Bevezettem egy ún. *renormált* SS spinparamétert 2 PN rendben, amelynek a konstans része a 3 PN rendben okoz változást a $T_{3PNSS} = \varepsilon^{-1} T_{wave}$ időskálán, mely lényegesen egyszerűbb alakú, mint a SS spinparaméter [IV],[V].

Publikációk

Tézispontokhoz tartozó publikációk

I **B. Mikóczi**, M. Vasúth és L. Á. Gergely, *Self-interaction spin effects in inspiralling compact binaries*, Phys. Rev. D **71**, 124043 (2005).

II Z. Keresztes, **B. Mikóczi** és L. Á. Gergely, *Kepler equation for inspiralling compact binaries*, Phys. Rev. D **72**, 104022 (2005).

III L. Á. Gergely, Z. Keresztes és **B. Mikóczi**, *An Efficient Method for the Evaluation of Secular Effects in the Perturbed Keplerian Motion*, Astrophys. J. Suppl. **167**, 286 (2006).

IV L. Á. Gergely és **B. Mikóczi,** *Renormalized Second post-Newtonian spin contributions to the accumulated orbital phase for LISA sources* Phys. Rev. D **79**, 064023 (2009).

V L. Á. Gergely, P. L. Biermann, **B. Mikóczi** és Z. Keresztes, *Renormalized spin coefficients in the accumulated orbital phase for unequal mass black hole binaries,* Class. Quant. Grav. **26**, 204006 (2009).

VI Z. Keresztes, **B. Mikóczi**, L. Á. Gergely és M. Vasúth *Secular momentum transport by gravitational waves from spinning compact binaries,* Proceedings of the Eight Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves (Amaldi8), J. Phys.: Conf. Ser. **228,** 012053 (2010).

Egyéb publikációk

VII M. Vasúth és **B. Mikóczi** *Self interaction of spins in binary systems,* AIP Conference Proceedings **861**, 794-798 (2006).

VIII **B. Mikóczi** *Frequency evolution of the gravitational waves for compact binaries,* ASP Conference Series **349**, 301-304 (2006).

IX Z. Keresztes és **B. Mikóczi** *Kepler equation for the compact binaries under the spin-spin interaction,* ASP Conference Series **349**, 265-268 (2006).

X **B. Mikóczi** és Z. Keresztes, *Generalized eccentric vs. true anomaly parametrizations in the perturbed Keplerian motion,* Publications of the Astronomy Department of the Eötvös University (PADEU) 17, 63-69 (2006).

XI L. Á. Gergely, Z. Keresztes és **B. Mikóczi** *The second post-Newtonian order generalized Kepler equation,* Proceedings of the Eleventh Marcel Grossmann Meeting 2006, Eds. H Kleinert, RT Jantzen and R Ruffini, World Scientific, Singapore, p 2497-2499 (2008).

XII M. Vasúth, **B. Mikóczi** és L. Á Gergely, *Orbital phase in inspiralling compact binaries,* Proceedings of the Eleventh Marcel Grossmann Meeting 2006, Eds. H Kleinert, RT Jantzen and R Ruffini, World Scientific, Singapore, p. 2503-2505 (2008).

XIII **B. Mikóczi** *Elliptic waveforms for inspiralling compact binaries,* J. Phys.: Conf. Ser. **218**, 012011 (2010).

XIV M. Vasúth, **B. Mikóczi**, B. Kocsis és P. Forgács *LISA parameter estimation accuracy for compact binaries on eccentric orbits,* to be published in MG12 (2010).

Irodalomjegyzék

[1] A. Einstein, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, **154** (1918).

[2] R. A. Hulse & J. H. Taylor, Astrophys. J. **195**, L51 (1975).

[3] P. C. Peters & J. Mathews, Phys. Rev. **131**, 435 (1963).

[4] P. C. Peters, Phys. Rev. **136**, 1224 (1964).

[5] A. Abramovici et al., Science **256**, 325 (1992).

[6] C. Bradaschia et al., Nucl. Instrum. Methods A **289**, 518 (1990).

[7] K. Danzmann, *Laser Interferometer Space Antenna: Sixth International LISA Symposium*, AIP Conf. Proc. **873** (2006).

[8] http://lisa.nasa.gov/.

[9] A. Einstein, L. Infeld & B. Hoffmann, Ann. Math. **39**, 65 (1938).

[10] H. P. Robertson, Ann. Math. **39**, 101 (1939).

[11] G. Schäfer & N. Wex, Phys. Lett. A **174**, 196; Err.-ibid. **177**, 461 (1993).

[12] R. M. Memmesheimer, A. Gopakumar & G. Schäfer, Phys. Rev. D 70, 104011 (2004).

[13] L. Kidder, C. Will, & A. Wiseman, Phys.Rev. D **47**, 4183 (1993).

[14] L. Kidder, Phys. Rev. D **52**, 821 (1995).

[15] E. Poisson, Phys. Rev. D **57**, 5287 (1998).

[16] K. Ioka & K. Taniguchi, Astrophys. J. **537**, 327 (2000).

[17] M. Mathisson, Acta. Phys. Polon., **6**, 167 (1937).

[18] A. Papapetrou, Proc. Phys. Soc. **64**, 57 (1951).

[19] F. A. E. Pirani, Acta Phys. Polon. **15**, 389 (1956).

[20] W. M. Tulczyjew, Acta Phys. Polon. **18**, 393 (1959).

[21] W. Dixon, Nuovo Cim. **34**, 317 (1964).

[22] M. H. L. Pryce, Proc. Roy. Soc. Lond., A **195**, 62 (1948).

[23] T. D. Newton & E. P. Wigner, Rev. Mod. Phys. **21**, 400 (1949).

[24] E. Corinaldesi & A. Papapetrou, Proc. Roy. Soc. A **209**, 259 (1951).

[25] L. Á. Gergely, Z. I. Perjés & M. Vasúth, Astrophys. J. Suppl. **126**, 79 (2000).

[26] A. Apostolatos, C. Cutler, G. J. Sussman & K. S. Thorne, Phys. Rev. D**49**, 6274 (1994).

[27] T. Damour & N. Deruelle, Ann. Inst. Henri Poincaré A **43** , 107 (1985).

[28] F. A. Jenet & S. M. Ransom, Nature **428**, 919 (2004).

[29] L. Á. Gergely, Z. I. Perjés & M. Vasúth, Phys. Rev D **58**, 124001 (1998).