

# KVANTUMINTERFERENCIA FÉLVEZETŐ GYŰRŰKBEN

PhD értekezés tézisei

**Kálmán Orsolya**

Témavezetők:

Dr. Benedict Mihály, egyetemi tanár

Dr. Földi Péter, egyetemi adjunktus

Szegedi Tudományegyetem  
Természettudományi és Informatikai Kar  
Fizika Doktori Iskola  
Elméleti Fizikai Tanszék

Szeged  
2009

## Bevezetés

Az utóbbi évtizedekben, főként a számítástechnika gyors fejlődése és az információfeldolgozás megnövekedett igényei hatására az elektronikai eszközök gyártásában egyre nagyobb hangsúlyt kapott a miniatürizálás. A manapság a gyakorlatban használt tranzistorok mérettartományában a működés ugyan még klasszikusan értelmezhető, azonban az eszközök méretének nanométeres tartományba történő csökkentésekor – ahol is az elektronok hullámtermészete már nem hanyagolható el – kvantumos jelenségek fellépésére kell számítanunk. A félvezető technológia fejlődése révén napjainkra lehetővé vált az olyan kicsiny, úgynevezett *mezoszkópikus* vezetők (például „kvantumpöttyök”, „kvantumdrótok” és egyéb különféle alakú struktúrák) létrehozása, amelyeknek valamely mérete már összemérhető az elektronhoz rendelhető hullámhosszal, ezért a kísérletileg mérhető jellemzőikben jelentkező effektusok magyarázatához szükségesek a kvantummechanika eredményei. Amennyiben a vezető hosszirányú mérete kisebb, mint az elektron fáziskoherencia-hossza, valamint geometriája olyan, hogy lehetővé teszi az elektron hullámfüggvényének önmagával történő interferenciáját, további kvantumos jelenségek figyelhetők meg. Az említett kvantumos transzport-jelenségek vizsgálata közelebb vihet új típusú „nanoeszközök” létrehozásához, melyek működési elve nagyban eltér az eddig használt (klasszikus) eszközökétől, mivel kvantumos effektusok felhasználásán alapul.

A transzport-folyamatokkal kapcsolatos kutatások során az elektron belső, spin szabadsági fokának szerepét és lehetséges erőforrásként történő hasznosítását is régóta vizsgálják. Ennek a kutatási iránynak mára külön elnevezése is kialakult: spin elektronika (vagy röviden *spintronika*). Számos olyan spintronikai eszköz létezik, amely az elektron spinjét klasszikus erőforrásként hasznosítja, ilyen például az „óriás mágneses ellenállás” jelenségén alapuló „spinszelep”, amely a merevlemezekben használatos. Az újabb, félvezetőkön alapuló kutatások nagy része azonban az elektron spinjét, mint kvantumos erőforrást kívánja hasznosítani. Ezeket talán leginkább a kvantuminformatika motiválta, mely lehetőséget kínál olyan problémák hatékony megoldására, amelyek klasszikus számítógéppel kivárhatatlanul hosszú futási időt igényelnének. Itt az információ alapegysége a klasszikus logikai bit kvantumos analógja, egy kétállapotú kvantumrendszer, az úgynevezett qubit valamely állapota. Mivel az elektron spinje is egy kétállapotú kvantumrendszer, ezért alkalmas arra, hogy kvantuminformatikai alkalmazásokban a qubit szerepét betöltse.

## Előzmények

Mezoszkópikus eszközök alapjaként leggyakrabban félvezetők megfelelően egymásra rétegezett heterostrukturái szolgálnak, melyekben a határfelületnél keskeny potenciálvölgy alakul ki. Itt a Fermi-nívó „belelóg” a vezetési sávba, így a környezetkezéshöz képest erősen megnő az elektronsűrűség. Amennyiben a potenciálvölgy aszimmetrikus, létrejön egy a határfelületre merőleges elektromos tér, amely kölcsönhat az ott mozgó elektronok spinjével. Ennek az úgynevezett *Rashba-féle spin-pálya csatolásnak* a különlegessége, hogy a kölcsönhatás erőssége külső kapufeszültség(ek)-kel hangolható, ami miatt számos spintronikai javaslat alapjául szolgált. A potenciálvölgy további következménye, hogy az elektronok mozgása a határfelületre merőleges irányban kvantálttá válik. Mivel energetikai okokból ezen módusok közül általában csak egy vesz részt a vezetésben, ezért ebben az irányban az elektronok lényegében nem, a határfelület mentén azonban szabadon mozoghatnak a mintában. Az átlagos szabad úthossz alacsony hőmérsékleten tipikusan 100 – 1000 nm. A fáziskoherencia-hossz, amely azt jellemzi, hogy az elektron, mint hullám, mekkora távolságon képes megőrizni az önmagával való interferencia-képességét a mintában történő ütközések ellenére, általában megegyezik a szabad úthosszal. (Megjegyezzük, hogy hosszabb lehet azonban az úgynevezett spinkoherencia-hossz, melynek értéke elérheti a 100  $\mu\text{m}$ -t is.) Interferencia-jelenségek megjelenése akkor várható, ha a vizsgált eszköz mérete összemérhető a fáziskoherencia-hosszal. Ilyen kicsiny méretű eszközök létrehozhatók, ha mesterséges potenciálgátakat alakítunk ki például maratással, pásztázó atomerő-mikroszkóppal, vagy pedig litográfiai eljárásokkal.

Félvezető heterostrukturák határrétegében kialakíthatók *kvantumgyűrűk* (azaz gyűrű alakú kvantumdrótok), melyek mérete kisebb az elektronok fáziskoherencia-hosszánál. Ezek az eszközök lehetőséget biztosítanak a kvantumos interferencia-jelenségek mérhető transzport mennyiségekre gyakorolt hatásának vizsgálatára. Az egyik gyakran vizsgált eset, amikor a gyűrű síkjára merőleges mágneses tér változtatása mellett méri az eszköz vezetőképességét. A jelentkező oszcillációk a mágneses tér függvényében periodikusak. Ez a kvantuminterferencia-jelenség az alapvető érdekességén túl számos speciálisabb javaslat, illetve kísérleti alkalmazás alapjaként is szolgál. Alkalmas például fázisérzékeny mérések elvégzésére, amelyek során a gyűrű egyik karjának tulajdonsága változtatható egy lokális kapuelektroda, vagy egy kvantumpötty jelenléte következtében. Az elméleti javaslatok szerint pedig egy ilyen gyűrű alkalmas lenne spinsűrűsre, vagy spinkapcsolóként való működésre.

Ha egy kvantumgyűrűben Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás van jelen, akkor az interferencia a spin-pálya csatolás erősségétől (azaz a belső elektromos tér nagyságától) függ. Ez annak a következménye, hogy a gyűrűben mozgó elektron a saját vonatkoztatási rendszerében a határfelületre merőleges elektromos mező mellett mágneses mezőt is „lát”. A mágneses mezőben viszont az elektronspin precessziót végez, amelynek mértéke arányos a spin-pálya csatolás erősségével. Mivel az elektron által érzékelt mágneses tér iránya merőleges mind a sebességének, mind pedig az elektromos térnek az irányára, ezért az a gyűrű minden egyes pontjában más és más, következésképpen az elektron spinjének elfordulása a gyűrű két ágában különböző lesz. A Rashba-kölcsönhatás erősségét külső kapufeszültséggel változtatva a gyűrű vezetőképessége a fellépő interferencia miatt spinfüggő oszcillációt mutat. Ezt az oszcillációt nemcsak önálló gyűrűk esetében figyelték meg, hanem gyűrűkből képezett kétdimenziós rácsok esetén is. Ez a kvantuminterferencia-jelenség is alapvető érdekességén túl számos speciális (spintronikai) felhasználási javaslat alapjául szolgált az utóbbi néhány évben. Az egyik javaslat szerint például egy olyan (két dróttal csatlakoztatott) kvantumgyűrű, amelyben Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás van jelen, alkalmas a kvantuminformatikában alapvető spinforogtatások megvalósítására, ha megfelelően választjuk meg a be- és kimenő drótok helyzetét, a külső kapufeszültséget, valamint a gyűrű átmérőjét.

## Célkitűzések

Kutatásainkat a – fentebb felvázolt – kvantumgyűrűk iránti intenzív kísérleti és elméleti érdeklődés motiválta, melyek egyrészt az említett kvantuminterferencia-jelenségek lehetőleg egyszerű modellel történő leírására, valamint érdekes spintronikai alkalmazási lehetőségekre vonatkozó vizsgálatokra ösztönöztek.

A kvantumgyűrűk elméleti leírása során általános feltevés az, hogy az elektron a gyűrű két ágába azonos valószínűséggel juthat. A gyakorlati megvalósítások során azonban a gyűrűbe bevezető, illetve kivezető drótok és a gyűrű közötti kapcsolat nem feltétlenül ideális (például a csatlakozási pontban a gyűrű két karja nem tökéletesen egyforma vastagságú), vagyis az elektronnak a két ágba történő bejutásához tartozó valószínűségek különbözhetnek. Ezért célul tűztük ki, hogy egy egyszerű modell segítségével figyelembe vesszük, hogy az elektron a gyűrű két ágába aszimmetrikus valószínűséggel injektálódhat és megvizsgáljuk, milyen hatással van ez az aszimmet-

ria a vezetőképesség oszcillációjára egy olyan gyűrű esetében, amely által körülvelt térrészen mágneses fluxus halad át.

A félvezetőkön alapuló spintronikai alkalmazások egyik alapvető feltétele, hogy spin-polarizált áramokat elő tudjunk állítani. Ehhez kapcsolódóan meg kívántuk vizsgálni, hogy Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás révén lehetséges-e egy egy bemenettel és két kimenettel rendelkező kvantumgyűrűvel az elektron spinjét polarizálni. Ehhez célul tűztük ki, hogy analitikusan megoldjuk egy ilyen gyűrű szórási problémáját és a kísérletileg is változatható paraméterek között analitikus összefüggést keresünk a polarizáció létrejöttének feltételére vonatkozóan. Célunk volt azt is megvizsgálni, hogy amennyiben lehetséges ilyen módon spin-polarizációt elérni, akkor mi az a fizikai effektus, ami ezt lehetővé teszi.

A fentiekben említett – egy bemenettel és két kimenettel rendelkező – kvantumgyűrűben a bejövő elektron számára két lehetőség is adott a gyűrűből való távozásra, a spin-pálya kölcsönhatás és a kvantuminterferencia pedig együttesen meghatározzák az elektron spinjét a kimeneteken. Célunk volt, hogy megvizsgáljuk, létrejöhét-e összefonódottság a gyűrűből távozó elektron spin szabadsági foka és a lehetséges kimeneti helye, mint térbeli szabadsági foka között.

Néhány évvel ezelőtt kísérletileg létrehoztak kvantumgyűrűkből álló kétdimenziós, négyzetes rácsokat és vizsgálták a vezetőképességüket a külső mágneses tér, illetőleg a – Rashba spin-pálya csatolás erősségét befolyásoló – kapufeszültség függvényében. A kísérleti megvalósítás által motiválva, célul tűztük ki, hogy kidolgozunk egy egyszerű módszert ilyen típusú gyűrű-rácsok vezetőképességének kiszámítására, amelyekben mágneses tér és Rashba spin-pálya kölcsönhatás is jelen van. Ezen kívül meg kívántuk vizsgálni, hogy a rácsok kimenetein milyen spinirányok jönnek létre, illetőleg azok milyen mértékben változtathatók a külső mágneses tér és a spin-pálya csatolás erősségének (azaz a külső kapufeszültségnek) a függvényében. Célunk volt továbbá, hogy megvizsgáljuk, hogyan változik meg a rácsok vezetőképessége, ha azokban pontszerű, rugalmas szórócentrumokat helyezünk el véletlenszerűen.

## Alkalmazott módszerek

A kvantumgyűrűkben fellépő interferencia-jelenségek elméleti leírása során a gyűrűt gyakran egydimenziósnek tekintik. Ez az egyszerűsítés megtehető, amennyiben a gyűrűben, mint kvantumdrótban, egyetlen radiális módus vesz csak részt a vezetésben. Ez a feltétel a kísérletileg vizsgált kvantumgyűrűk nagy részénél teljesíthető. A disszertációban bemutatott eredmények létrejöttéhez két ilyen „egydimenziós” modellt használtunk fel, amelyek alkalmasak az elektron kvantumgyűrűn történő szórási problémájának leírására, illetőleg a gyűrűn való áthaladás (transzmisszió) valószínűségének kiszámítására. A transzmissziós valószínűség ismeretében a gyűrű vezetőképessége a Landauer- formula segítségével számítható ki, amely szerint a vezetőképesség arányos a vezetőn való átjutás kvantummechanikai valószínűségével és a vezetésben részt vevő keresztirányú (transzverzális) módusok számával. Mindkét egydimenziós modell egyelektron-közelítést alkalmaz, és az elektront monoenergiásnak tekinti. Ezt a közelítést az indokolja, hogy a kísérleteket igen alacsony hőmérsékleten (néhány száz mK-en) végzik, ahol az elektronok energiája lényegében a Fermi-energiával egyezik meg.

Az első modell feltételezi, hogy a gyűrű által körülvevett térrészen mágneses fluxus halad át, úgy, hogy a mágneses tér a gyűrűben zérus. Ez tulajdonképpen az Aharonov és Bohm által javasolt interferencia-kísérletnek felel meg, amelyben a vektorpotenciál által okozott fáziskülönbség kimutatható. Megjegyezzük azonban, hogy a mágneses tér a kísérletekben valójában a gyűrűben is jelen van, szemben a szigorú értelemben vett Aharonov-Bohm effektussal, ahol a tér csak a körbejárt tartomány belsejében van jelen és nulla az elektron pályája mentén. A modell a gyűrű karjaiban és a drótokkal való csatlakozási pontjaiban rugalmas szórócentrumokat tételez fel, melyeket transzfer-, illetve szórási mátrixok segítségével ír le. Az elektront a gyűrűbe bevezető, illetve onnan kivezető drót és a gyűrű közti csatlakozás a gyűrű karjaira nézve szimmetrikus, de nem feltétlenül ideális abban az értelemben, hogy a drót és a gyűrű illesztési pontjában felléphet reflexió. Saját kutatásaink során ezt az általános modellt módosítottuk annak érdekében, hogy figyelembe vegyük a gyűrű két karja közti aszimmetria lehetőségét. Az aszimmetrikus injektálás lehetőségét azal vettük figyelembe, hogy a vezető drótok és a gyűrű csatlakozási pontjában a be- és kimenő amplitúdók közti kapcsolatot leíró szórási mátrixot az unitaritás, valamint időfordítás-invariancia követelményének figyelembe vételével úgy határoztuk meg, hogy a két karra vonatkozó elemek között egy arányossági tényezőt vezettünk be. A kvantumgyűrűn való áthaladás valószínűségét az említett mátrix felhasználásával

analitikusan számítottuk ki egy olyan két dróttal rendelkező gyűrű esetében, amely által körbevett térrészen mágneses fluxus halad át.

A másik modell, melyet kutatásaink során felhasználtunk, némileg egyszerűbb az elsónél, mivel nem tételez fel szórópotenciálokat sem a gyűrűben, sem a gyűrű és a drótok csatlakozási pontjaiban, ugyanakkor spinfüggő terjedés esetére is alkalmazható. A modellben a gyűrűn mozgó elektron Hamilton-operátorának sajátérték-egyenletét megoldva, a kapott gyűrűbeli energiasajátértékek – az energia-megmaradás feltétele miatt – meg kell, hogy egyezzenek a bemenő elektron energiájával. A gyűrű egyes ágaiban a hullámfüggvények így a bemenő elektron energiájával megegyező energiasajátértékekhez tartozó sajátállapotok szuperpozíójaként írhatók fel. A be- és kivezető drótok és a gyűrű csatlakozási pontjaiban a modell két feltételt ír elő: az elektron állapotát a drótokban és a gyűrű egyes ágaiban leíró hullámfüggvények legyenek folytonosak, az áramokra vonatkozóan pedig a klasszikus Kirchhoff-törvénnyel analóg módon megköveteli, hogy a csatlakozási pontokban a valószínűségi áramsűrűségek eredője zérus legyen. Ennél a módszernél tehát a csatlakozási pontokban, az illesztési feltételek sajátosságán túlmutató okokra (például szórócentrumok jelenlétére) visszavezethető reflexiók eredendően nincsenek figyelembe véve. Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás jelenléte esetén a probléma spinfüggő: a drótokban és a gyűrű egyes ágaiban lévő hullámfüggvények kétkomponensű spinorok, és annak a Hamilton-operátornak a sajátérték-problémáját kell megoldanunk, mely a Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatási tagot is tartalmazza. Itt lényeges, hogy a gyűrű Hamilton-operátorának energiasajátértéke négyszeresen elfajult. Az áramokra vonatkozó feltételeket ebben az esetben a valószínűségi spin-áramsűrűségekkel kell felírunk, majd az így kapott lineáris egyenletrendszer megoldanunk, melyből a gyűrűn való áthaladás valószínűsége (és a vezetőképesség) meghatározható. Ezen modell segítségével számítottuk ki analitikusan az egy bemenettel és két kimenettel rendelkező kvantumgyűrűn való átjutás valószínűségét, amelyben Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás van jelen. Kvantumgyűrű-rácsok vezetőképességnek kiszámításához is ezt a modellt használtuk fel, ahol a gyűrűkben a spin-pálya kölcsönhatáson kívül mágneses tér jelenlétét is feltettük. Az Aharonov-Bohm fluxuson kívül a mágneses tér hatását ekkor a Zeeman-csatoláson keresztül is figyelembe vettük úgy, hogy azt gyenge perturbációnak tekintettük. Ily módon továbbra is analitikusan tudtuk megoldani az egyes kvantumgyűrűk szórási problémáját.

## Új tudományos eredmények

1. Kiszámítottuk olyan kvantumgyűrűkön történő transzmisszió valószínűségét, amelyeknek a karjaiba az elektron különböző valószínűséggel (aszimmetrikusan) juthat. Az átjutás valószínűségének meghatározásakor feltettük, hogy a gyűrű által elfoglalt térrészben mágneses mező van jelen. Megmutattuk, hogy ha a gyűrűben nincs jelen szórócentrum, akkor a transzmissziós valószínűség gyűrűn átmenő fluxus függvényében tapasztalt oszcillációinak minimumai magasabbra tolódnak, ami a destruktív interferencia elromlásával magyarázható. Azt is megmutattuk, hogy amikor a gyűrű aszimmetria által preferált karjában gyenge szórócentrum van jelen, akkor a transzmisszió oszcillációinak fázisa a szórócentrum által okozott fázistolás hatására megváltozik, és az aszimmetria hatására ebben az esetben is magasabbra tolódnak a minimumok. Megmutattuk, hogy amikor az aszimmetria által kitüntetett karban erős szórócentrum található, az oszcillációk fázisa érzéketlen a szórócentrum által okozott fázistolásra, az aszimmetria pedig a transzmissziós valószínűség lecsökkenésére vezet [I].
2. Analitikusan megoldottuk az egy bemenettel és két kimenettel rendelkező kvantumgyűrű szórási problémáját a külső kapufeszültséggel hangolható Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás jelenlétében. Ez egy olyan spintronikai eszközt valósíthat meg, amely képes az elektron spinjét polarizálni. Megmutattuk, hogy alkalmasan megválasztva a bemenő és kimenő drótok helyzetét, a Rashba-csatolás erősségét és a gyűrű átmérőjét elérhető, hogy az egy maximálisan kevert spinállapotú bemenő elektron spinjét a kimenetein tiszta állapotba hozza úgy, hogy a két kimeneten azonos transzmissziós valószínűséggel különböző spinállapotok jelenjenek meg [II].
3. A spin-polarizációs effektus fizikai hátterét megvizsgálva azt találtuk, hogy a polarizált spinállapotok a kimeneteken azért jönnek létre, mert ott a gyűrű spinállapot szempontjából ugyanolyan, de ellentétes irányú áramoknak megfelelő sajátállapotai egymással interferálnak. Az interferencia egy adott kimeneten az egyik típusú sajátspinorra destruktív, míg a másik típusúra konstruktív, amely az utóbbi – mint tiszta állapot – megjelenését eredményezi [III].

4. Megvizsgáltuk, hogy milyen típusú korrelációk léphetnek fel egy egy bemenettel és két kimenettel rendelkező gyűrű kimenetei – mint térbeli szabadsági fok – és spinállapota – mint spin szabadsági fok – között. Megmutattuk, hogy abban az esetben, ha a gyűrűben teljesül a spin-polarizáció feltétele, a két szabadsági fok közötti korreláció pusztán klasszikus. Akkor azonban, ha a bejövő elektron spinje tiszta állapotú, akár maximális is lehet az összefonódás (tisztán kvantumozott a korreláció) a kétféle szabadsági fok között [IV].
5. Módszert dolgoztunk ki, amellyel a két, három és négy külső vezetékkel csatlakoztatott gyűrűket építőelemekként használva kvantumgyűrűk négyzetes rácsainak spinfüggő vezetőképességét meg lehet határozni. Az egyes elemek szórásproblémájának analitikus megoldása ismeretében a vezetőképességet a gyűrűk csatlakozási pontjaiban felírt illesztési feltételekből származó egyenletrendszer megoldásával számítottuk ki. A Rashba-féle spin-pálya kölcsönhatás mellett itt a gyűrűk síkjára merőleges mágneses tér jelenlétét is feltettük. Megmutattuk, hogy a rácsok vezetőképessége mind a hullámszám, mind a mágneses tér, mind pedig a Rashba-csatolás erőssége függvényében oszcillációkat mutat. Megmutattuk, hogy a hullámszám bizonyos – a spin-pálya csatolás függvényében eltolódó – tartományaiban a rács teljesen átlátszatlan az elektronok számára. Ezek a nemvezető sávok a vezetőképességnek egy adott hullámszám mellett a mágneses tér és spin-pálya kölcsönhatás függvényében jelentkező oszcillációiban is megmutatkoztak [V].
6. A gyűrűkből képzett rácsok vezetőképességének kiszámítására kidolgozott módszerünk azt is lehetővé tette, hogy megvizsgáljuk a kimeneteken fellépő spinirányokat. Megmutattuk, hogy a rácson való áthaladás hatására az elektron spinje a különböző kimenetekre érve a többszörös spinfüggő interferencia következményeként nemtriviális módon elforog. A fellépő spinforogások a mágneses tér és a spin-pálya kölcsönhatás erősségének függvényében igen sokrétűek lehetnek. A rácsok vezetőképességének realiztikusabb leírása érdekében a gyűrűk érintkezési pontjaiba pontszerű szórócentrumokat helyeztünk. Megmutattuk, hogy azok véletlenszerű hatása eredményeképpen a rács vezetőképességének a mágneses tér függvényében megfigyelhető oszcillációiban bizonyos komponensek felerősödnek, valamint, hogy a szórócentrumok hatására a vezetőképesség az egyébként nemvezető tartományokban megnövekedhet [V].

# Publikációk

## A tézispontokhoz kapcsolódó referált folyóiratcikkek

- [I] P. Vasilopoulos, **O. Kálmán**, F. M. Peeters, and M. G. Benedict: *Aharonov-Bohm oscillations in a mesoscopic ring with asymmetric arm-dependent injection*, Phys. Rev. B **75**, 035304 (2007).
- [II] P. Földi, **O. Kálmán**, M. G. Benedict, and F. M. Peeters: *Quantum rings as electron spin beam splitters*, Phys. Rev. B **73**, 155325 (2006).
- [III] **O. Kálmán**, P. Földi, M. G. Benedict, and F. M. Peeters: *Spatial interference induced spin polarization in a three-terminal quantum ring*, Physica E **40**, 567 (2008).
- [IV] **O. Kálmán**, P. Földi, and M. G. Benedict: *Quantum and classical correlations of spatial and spin degrees of freedom in quantum rings*, Open Syst. Inf. Dyn. **13**, 455 (2006).
- [V] **O. Kálmán**, P. Földi, M. G. Benedict, and F. M. Peeters: *Magnetoconductance of rectangular arrays of quantum rings*, Phys. Rev. B **78**, 125306 (2008).

## További referált folyóiratcikkek

- [VI] **O. Kálmán**, and M. G. Benedict: *Quantum gates and protocols with spherical Wigner functions*, Int. J. Quantum Inf. **3**, 501 (2005).
- [VII] P. Földi, **O. Kálmán**, M. G. Benedict, and F. M. Peeters: *Networks of quantum nanorings: Programmable spintronic devices*, Nano Lett. **8**, 2556 (2008).
- [VIII] **O. Kálmán**, T. Kiss, and P. Földi: *Quantum walk on the line with quantum rings*, Phys. Rev. B **80**, 035327 (2009).
- [IX] P. Földi, **O. Kálmán**, and F. M. Peeters: *Stability of spintronic devices based on quantum ring networks*, Phys. Rev. B **80**, 125324 (2009).
- [X] P. Földi, M. G. Benedict, **O. Kálmán**, and F. M. Peeters: *Quantum rings with time-dependent spin-orbit coupling: Spintronic Rabi oscillations and conductance properties*, Phys. Rev. B **80**, 165303 (2009).